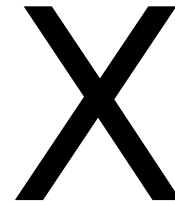




Enseignant·e·s: Dovi, Huruguen, Maatouk
Géométrie Analytique - CMS
8 janvier 2024
Durée : 105 minutes



Contrôle 2 (Enoncé)

SCIPER : **XXXXXX**

Attendez le début de l'épreuve avant de tourner la page. Ce document est imprimé recto-verso, il contient 11 questions et 12 pages, les dernières pouvant être vides. Il y a 30 points au total. Ne pas dégrafer.

- Posez votre carte d'étudiant sur la table et vérifiez votre nom et votre numéro SCIPER sur la première page.
- **Aucun** document n'est autorisé.
- L'utilisation d'une **calculatrice** et de tout outil électronique est interdite pendant l'épreuve.
- Pour les questions à **choix multiple**, on comptera :
 - les points indiqués si la réponse est correcte,
 - 0 point si il n'y a aucune ou plus d'une réponse inscrite,
 - 0 point si la réponse est incorrecte.
- Utilisez un **stylo** à encre **noire ou bleu foncé** et effacez proprement avec du **correcteur blanc** si nécessaire.
- Si une question est erronée, l'enseignant se réserve le droit de l'annuler.
- Les dessins peuvent être faits au crayon.
- Répondez dans l'espace prévu (**aucune** feuille supplémentaire ne sera fournie).
- Les brouillons ne sont pas à rendre: ils ne seront pas corrigés.

Respectez les consignes suivantes Observe this guidelines Beachten Sie bitte die unten stehenden Richtlinien		
choisir une réponse select an answer Antwort auswählen	ne PAS choisir une réponse NOT select an answer NICHT Antwort auswählen	Corriger une réponse Correct an answer Antwort korrigieren
  		 
ce qu'il ne faut PAS faire what should NOT be done was man NICHT tun sollte		
     		



Première partie, questions à choix unique

Pour chaque question, marquer la case correspondante à la réponse correcte sans faire de ratures. Il n'y a qu'une seule réponse correcte par question.

Pour les **Questions 1, 2 et 3** ci-dessous on munit le plan d'un repère $\mathcal{R}$ et on considère une transformation géométrique f d'expression analytique :

$$\begin{cases} x' = \alpha x + \beta y + \lambda \\ y' = \gamma x + \delta y + \mu. \end{cases}$$

Question 1 (2 points)

On suppose dans cette question que $\mathcal{R}$ est orthonormé direct et que f est la rotation d'angle $-\frac{\pi}{3}$ centrée au point de coordonnées $(2, 1)$. Quelle est la valeur de λ ?

- ☐ $\lambda = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ ☐ $\lambda = -\sqrt{3} + \frac{3}{2}$ ☐ $\lambda = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ ☐ $\lambda = -\sqrt{3} + \frac{5}{2}$

Question 2 (2 points)

On suppose dans cette question que f est la symétrie par rapport à la droite $x + 2y = 0$ parallèlement à la droite $x = 3y$. Quelle est la valeur de δ ?

- ☐ $\delta = \frac{1}{5}$ ☐ $\delta = \frac{6}{5}$ ☐ $\delta = \frac{3}{5}$ ☐ $\delta = 5$

Question 3 (2 points)

On suppose dans cette question que :

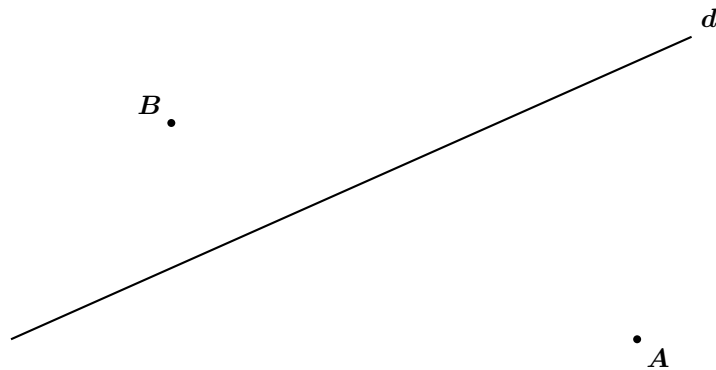
$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ -20 & 5 \end{pmatrix} \text{ et } \begin{pmatrix} \lambda \\ \mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Parmi les affirmations suivantes, sélectionner celle qui est vraie.

- ☐ f est une projection dont l'un des axes est la droite d'équation $x + 4y = 0$
☐ f est une symétrie dont l'un des axes est la droite d'équation $y = 5x$
☐ f est une projection dont l'un des axes est la droite d'équation $y = 5x$
☐ f est une symétrie dont l'un des axes est la droite d'équation $x = 4y$



Pour les **Questions 4, 5 et 6** ci-dessous on donne les points A, B du plan ainsi que la droite d ci-dessous :



Question 4 (1 point)

Par une homothétie $h_{A,\alpha}$ centrée en A , le point B est envoyé sur d . Parmi les affirmations suivantes portant sur le rapport $\alpha \in \mathbb{R}$, laquelle est vraie ?

☐ $-1 \leq \alpha < 0$

☐ $\alpha \geq 1$

☐ $\alpha < -1$

☐ $0 \leq \alpha < 1$

Question 5 (2 points)

Par une rotation $r_{\Omega,\theta}$ centrée sur d , le point A est envoyé sur B . Parmi les affirmations suivantes portant sur l'angle $\theta \in]-\pi, \pi]$, laquelle est vraie ?

☐ $\frac{\pi}{2} < \theta \leq \pi$

☐ $0 < \theta \leq \frac{\pi}{2}$

☐ $-\frac{\pi}{2} < \theta \leq 0$

☐ $-\pi < \theta \leq -\frac{\pi}{2}$

Question 6 (2 points)

La transformation composée $h_{B,\frac{1}{2}} \circ h_{A,2}$ est ...

☐ la translation $t_{\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}}$ de vecteur $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

☐ l'homothétie $h_{A,2}$ de centre A et de rapport 2

☐ l'homothétie $h_{A,\frac{1}{2}}$ de centre A et de rapport $\frac{1}{2}$

☐ la translation $t_{\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}}$ de vecteur $\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$



Pour les **Questions 7, 8 et 9** ci-dessous on munit le plan d'un repère orthonormé et on donne la droite d et les plans π et ρ suivants :

$$d : y - 2 = 3 - x, z = 1, \quad \pi : x - 3y + 5z = 2, \quad \rho : 2y - z = 1.$$

Question 7 (1 point)

Par laquelle de ces expressions l'angle $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ entre π et ρ est-il caractérisé ?

☐ $\sin \varphi = \frac{10\sqrt{7}}{35}$

☐ $\cos \varphi = \frac{10\sqrt{7}}{35}$

☐ $\cos \varphi = \frac{11\sqrt{7}}{35}$

☐ $\sin \varphi = \frac{11\sqrt{7}}{35}$

Question 8 (1 point)

Quelle est la position de la droite d par rapport aux axes ou aux plans de coordonnées ?

☐ parallèle au plan (Oxy) ☐ parallèle à (Oy) ☐ parallèle à (Oz) ☐ incluse dans le plan (Oxy)

Question 9 (2 points)

Par laquelle de ces expressions l'angle $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ entre d et ρ est-il caractérisé ?

☐ $\cos \theta = \frac{\sqrt{10}}{5}$

☐ $\sin \theta = \frac{\sqrt{10}}{5}$

☐ $\cos \theta = \frac{\sqrt{10}}{10}$

☐ $\sin \theta = \frac{\sqrt{10}}{10}$



Deuxième partie, questions de type ouvert

Répondre dans l'espace dédié. Votre réponse doit être soigneusement justifiée, toutes les étapes de votre raisonnement doivent figurer dans votre réponse. Laisser libres les cases à cocher : elles sont réservées au correcteur.

Question 10: Cette question est notée sur 8 points.

☐	.5	☐	.5	☐	.5	☐	.5	☐	.5	☐	.5	☐	.5	☐	.5	☐	.5	☐	.5
☐	0	☐	1	☐	2	☐	3	☐	4	☐	5	☐	6	☐	7	☐	8		

Dans le plan muni d'un repère $\mathcal{R}$, on donne :

$$A(1, 3), \quad B(-1, 2), \quad \ell_1 : x - y = 1, \quad \ell_2 : 2x - y = -3.$$

Les deux questions (a) et (b) de ce problème **peuvent être résolues indépendamment**.

(a) Une homothétie h de rapport 2 envoie A sur B .

(i) Trouvez le centre Ω de l'homothétie h et donner son expression analytique.

(ii) Quelle est l'image de la droite $\ell : x - 4y = -11$ par h ?

(b) Soit p la projection sur un axe d parallèlement à un axe g , où d et g passent par l'origine de $\mathcal{R}$, et soit s la symétrie par rapport à d parallèlement à g . Sachant que $p(A) = p(B)$ et $s(\ell_1) = \ell_2$, déterminer :

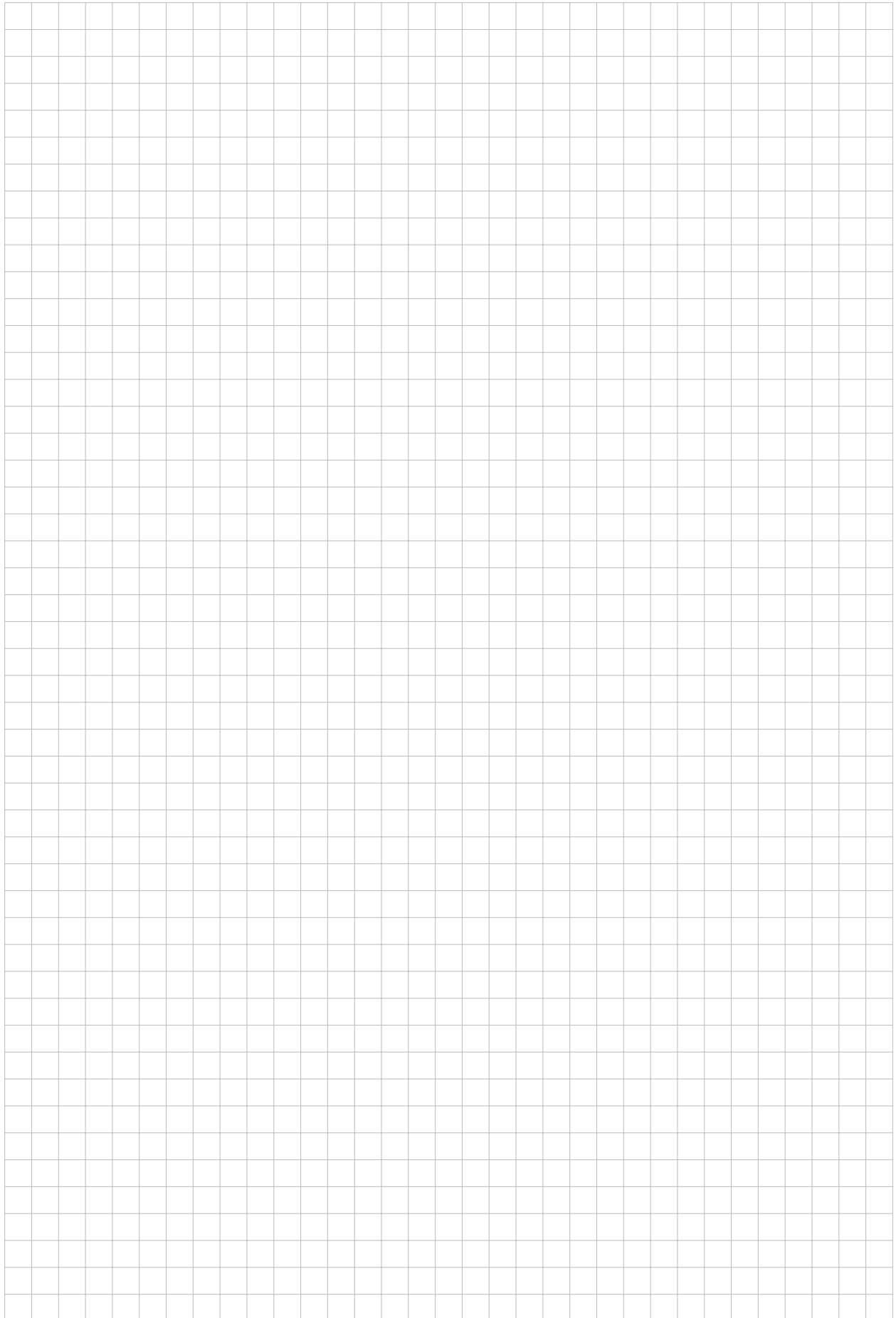
(i) des équations cartésiennes des axes d et g . *Indication : que peut-on dire de $\ell_1 \cap \ell_2$?*

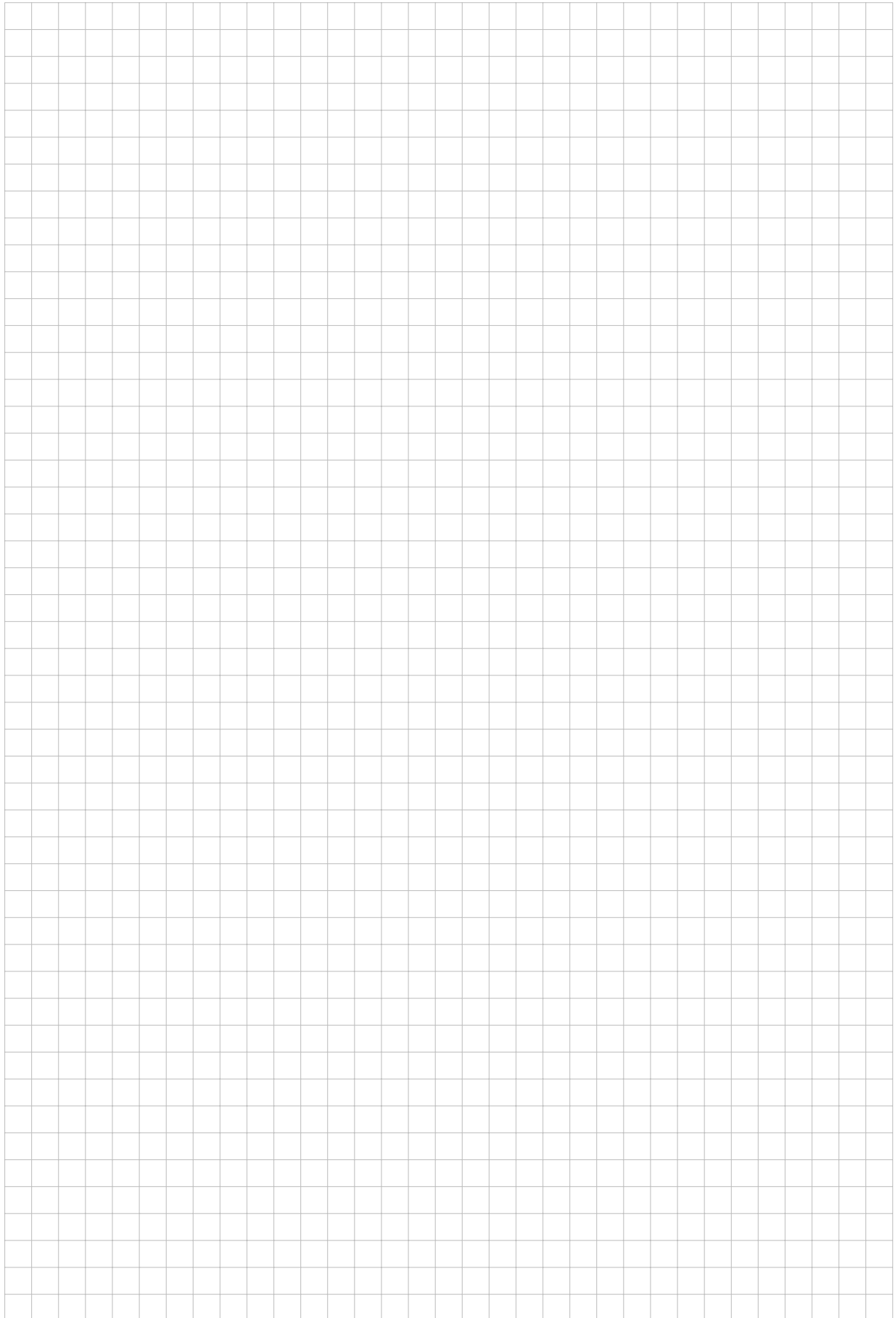
(ii) l'expression analytique de p .





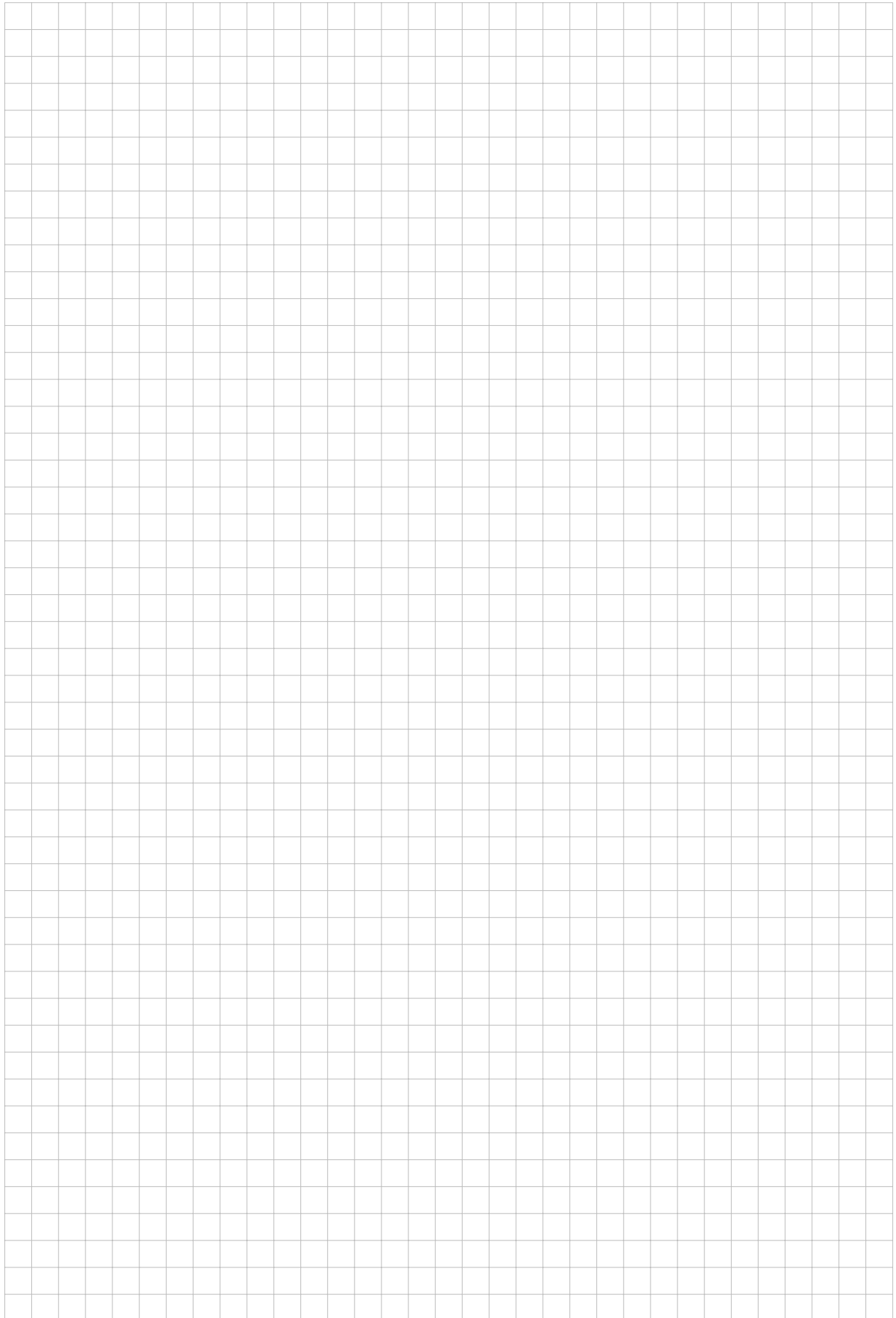
+1/6/55+

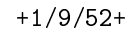






+1/8/53+





0 1 2 3 4 5 6 7

$$\pi : x - y + z = 2, \quad \rho : x - 2y = 1, \quad \sigma : \begin{cases} x = 3 + 3s + t \\ y = -5 + 3s + 2t \\ z = -2 - s \end{cases}, \quad s, t \in \mathbb{R}.$$



+1/10/51+

